

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số : $y = x^3 - 3x^2 + 2$

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số : $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ trên đoạn $[3; 5]$

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ và $\sin \alpha = \frac{1}{3}$. Tính giá trị biểu thức $P = \sin 2\alpha - \cos 2\alpha$

b) Giải phương trình : $\sin 2x + 2\sin^2 x = \sin x + \cos x$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân sau : $I = \int_0^4 2x \left[2x^2 + \ln(x^2 + 9) \right] dx$

Câu 5 (1,0 điểm).

a) Giải bất phương trình : $\log_2(3x-2) - \log_2(6-5x) > 0$.

b) Cho tập hợp $E = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ và M là tập hợp tất cả các số gồm hai chữ số phân biệt lập từ E . Lấy ngẫu nhiên một số thuộc M . Tính xác suất để tổng hai chữ số của số đó lớn hơn 7.

Câu 6 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho các điểm $M(1; -2; 0)$, $N(-3; 4; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng MN và tính khoảng cách từ trung điểm của đoạn thẳng MN đến mặt phẳng (P) .

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Gọi I là trung điểm cạnh AB . Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng đáy là trung điểm H của CI , góc giữa đường thẳng SA và mặt đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $SABC$ và khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SBC) .

Câu 8 (1,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: 3x - 4y - 8 = 0$, $d_2: 4x + 3y - 19 = 0$.

Viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với hai đường thẳng d_1 và d_2 , đồng thời cắt đường thẳng $\Delta: 2x - y - 2 = 0$ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2\sqrt{5}$.

Câu 9 (1,0 điểm).

Giải bất phương trình : $\frac{\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt{6(x^2 + 2x + 4)} - 2(x+2)} \geq \frac{1}{2}$

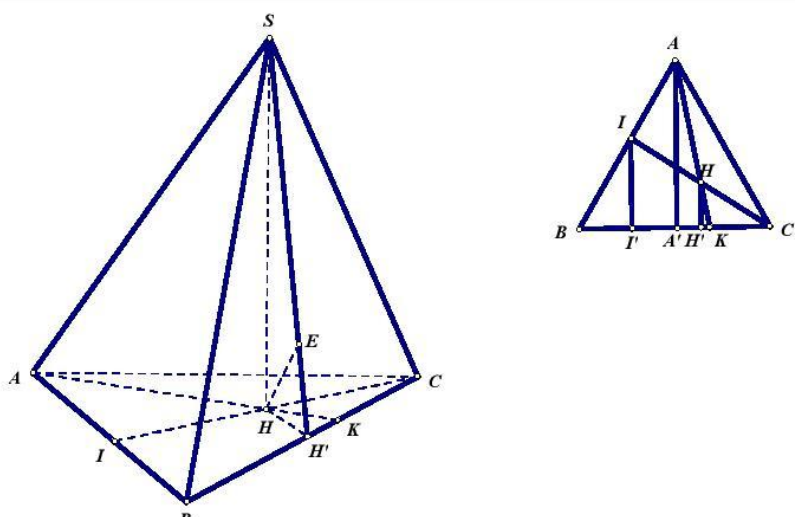
Câu 10 (1,0 điểm).

Cho các số thực dương x, y thỏa mãn điều kiện $x + y = 2016$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{5x^2 + xy + 3y^2} + \sqrt{3x^2 + xy + 5y^2} + \sqrt{x^2 + xy + 2y^2} + \sqrt{2x^2 + xy + y^2}$$

Câu	Đáp án	Điểm													
1 (1,0 đ)	Câu 1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số : $y = x^3 - 3x^2 + 2$	1,0													
	Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.	0,25													
	Ta có $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$														
	- Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. - Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CD} = 2$; đạt cực tiểu tại $x = 2, y_{CT} = -2$ - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$	0,25													
	Bảng biến thiên:	0,25													
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$-$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td colspan="4" style="text-align: center;"> </td> </tr> </table>	x		$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	0	y			
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$											
y'	$+$	0	$-$	0											
y															
Đồ thị:	0,25														
2 (1,0 đ)	Câu 2. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số : $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ trên đoạn $[3; 5]$	1,0													
	Hàm số xác định và liên tục trên $D = [3; 5]$	0,25													
	Ta có $f'(x) = -\frac{3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in [3; 5]$	0,25													
	Do đó hàm số này nghịch biến trên đoạn $[3; 5]$	0,25													

	Suy ra $\max_{x \in [3;5]} f(x) = f(3) = \frac{7}{2}$; $\min_{x \in [3;5]} f(x) = f(5) = \frac{11}{4}$	0,25
3.(1,0đ)	Câu 3a. Cho $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ và $\sin \alpha = \frac{1}{3}$. Tính giá trị biểu thức $P = \sin 2\alpha - \cos 2\alpha$	0,5
	Vì $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ nên $\cos \alpha < 0$, suy ra $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$	0,25
	Do đó $P = \sin 2\alpha - \cos 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha - 1 + 2 \sin^2 \alpha$ $\Rightarrow P = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) - 1 + 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = -\frac{7 + 4\sqrt{2}}{9}$	0,25
	Câu 3b) Giải phương trình: $\sin 2x + 2 \sin^2 x = \sin x + \cos x$	0,5
	Phương trình đã cho $\Leftrightarrow 2 \sin x (\sin x + \cos x) = \sin x + \cos x$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + \cos x = 0 & (1) \\ 2 \sin x = 1 & (2) \end{cases}$	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> (1) $\Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ (2) $\Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \vee x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ Vậy phương trình có ba họ nghiệm $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$	0,25
4.(1,0 đ)	Câu 4. Tính tích phân sau: $I = \int_0^4 2x [2x^2 + \ln(x^2 + 9)] dx$	1,0
	$I = 4 \int_0^4 x^3 dx + \int_0^4 2x \ln(x^2 + 9) dx = I_1 + I_2$	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> $I_1 = 4 \int_0^4 x^3 dx = x^4 \Big _0^4 = 256$ 	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> $I_2 = \int_0^4 2x \ln(x^2 + 9) dx$. Đặt $\begin{cases} u = \ln(x^2 + 9) \\ dv = 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2x}{x^2 + 9} dx \\ v = x^2 + 9 \end{cases}$ $\Rightarrow I_2 = (x^2 + 9) \ln(x^2 + 9) \Big _0^4 - \int_0^4 2x dx = (x^2 + 9) \ln(x^2 + 9) \Big _0^4 - x^2 \Big _0^4$ $\Rightarrow I_2 = 25 \ln 25 - 9 \ln 9 - 16 = 50 \ln 5 - 18 \ln 3 - 16$ 	0,25
	Vậy $I = I_1 + I_2 = 240 + 50 \ln 5 - 18 \ln 3$	0,25
5 (1,0 đ)	Câu 5 a) Giải bất phương trình: $\log_2(3x - 2) - \log_2(6 - 5x) > 0$.	0,5
	Bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow \log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2 > 0 \\ 6 - 5x > 0 \\ 3x - 2 > 6 - 5x \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x < \frac{6}{5} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{6}{5}$. Vậy nghiệm của bất phương trình là: $1 < x < \frac{6}{5}$	0,25
5 (1,0 đ)	Câu 5 b) Cho tập hợp $E = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ và M là tập hợp tất cả các số gồm hai chữ số	

	phân biệt thuộc E . Lấy ngẫu nhiên một số thuộc M . Tính xác suất để tổng hai chữ số của số đó lớn hơn 7.	
	<ul style="list-style-type: none"> Số phần tử của tập M là $A_6^2 = 30$ 	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> Các số có tổng hai chữ số lớn hơn 7 gồm 26, 62, 35, 53, 36, 63, 45, 54, 46, 64, 56, 65 <p>Có 12 số như vậy. Suy ra xác suất cần tìm là $P = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$</p>	0,25
6. (1,0 đ)	Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho các điểm $M(1; -2; 0), N(-3; 4; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng MN và tính khoảng cách từ trung điểm của đoạn thẳng MN đến mặt phẳng (P) .	1,0
	Đường thẳng MN có vectơ chỉ phương $\overline{MN} = (-4; 6; 2)$ hay $\vec{u} = (-2; 3; 1)$	0,25
	Phương trình đường thẳng $MN: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{1}$ (có thể viết dưới dạng pt tham số)	0,25
	Trung điểm của đoạn thẳng MN là $I(-1; 1; 1)$	0,25
	Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) là: $d(I, (P)) = \frac{ -2 + 2 + 1 - 7 }{\sqrt{4 + 4 + 1}} = 2$	0,25
7. (1,0 đ)	Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Gọi I là trung điểm cạnh AB . Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng đáy là trung điểm H của CI , góc giữa đường thẳng SA và mặt đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SBC) .	1,0
		0,25
	<p>Ta có $CI = \sqrt{AC^2 - AI^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$</p> <p>Do đó $AH = \sqrt{AI^2 + IH^2} = \frac{a\sqrt{7}}{4}$, suy ra $SH = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{21}}{4}$.</p> <p>Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{7}}{16}$</p>	0,25
	<p>Gọi A', H', I' lần lượt là hình chiếu của A, H, I trên BC; E là hình chiếu của H trên SH'</p> <p>thì $HE \perp (SBC) \Rightarrow d(H; (SBC)) = HE$. Ta có $HH' = \frac{1}{2} II' = \frac{1}{4} AA' = \frac{a\sqrt{3}}{8}$</p>	0,25

	Từ $\frac{1}{HE^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HH'^2}$, suy ra $HE = \frac{a\sqrt{21}}{4\sqrt{29}}$. Vậy $d(H; (SBC)) = \frac{a\sqrt{21}}{4\sqrt{29}}$.	0,25
8.(1,0 đ)	Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: 3x - 4y - 8 = 0$, $d_2: 4x + 3y - 19 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với hai đường thẳng d_1 và d_2 , đồng thời cắt đường thẳng $\Delta: 2x - y - 2 = 0$ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2\sqrt{5}$	1,0
	Gọi $I(a; b)$ là tọa độ tâm và R là bán kính đường tròn (C). Do đường thẳng Δ cắt đường tròn (C) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2\sqrt{5}$ nên ta có $d(I, \Delta) = \sqrt{R^2 - 5} \Leftrightarrow \frac{ 2a - b - 2 }{\sqrt{5}} = 2\sqrt{R^2 - 5}$ (*)	0,25
	Đường tròn (C) tiếp xúc với d_1, d_2 khi: $\begin{cases} d(I, d_1) = R \\ d(I, d_2) = R \end{cases}$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{ 3a - 4b - 8 }{5} = R \\ \frac{ 4a + 3b - 19 }{5} = R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{ 3a - 4b - 8 }{5} = R \\ 4a + 3b - 19 = \pm(3a - 4b - 8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 7a - 27 \\ R = 5a - 20 \\ a = -7b + 11 \\ R = 5b - 5 \end{cases}$	0,25
	-Với $\begin{cases} b = 7a - 27 \\ R = 5a - 20 \end{cases}$ thay vào (*) ta được $\sqrt{5} a - 5 = \sqrt{(5a - 20)^2 - 5} \Leftrightarrow a = 3 \vee a = \frac{9}{2}$ Vậy phương trình đường tròn là $(C): (x - 3)^2 + (y + 6)^2 = 25$ hoặc $(C): \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$	0,25
	-Với $\begin{cases} a = -7b + 11 \\ R = 5b - 5 \end{cases}$ thay vào (*) ta được $\sqrt{5} 3b - 4 = \sqrt{(5b - 5)^2 - 5} \Leftrightarrow b = 2 \vee b = \frac{3}{2}$ Vậy phương trình đường tròn là $(C): (x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$ hoặc $(C): \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$	0,25
9.(1,0 đ)	Câu 9. Giải bất phương trình: $\frac{\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt{6(x^2 + 2x + 4)} - 2(x+2)} \geq \frac{1}{2}$	1,0
	Điều kiện: $x \geq -2$	
	Ta có $\sqrt{6(x^2 + 2x + 4)} - 2(x+2) = \frac{2(x^2 - 2x + 4)}{\sqrt{6(x^2 + 2x + 4)} + 2(x+2)} > 0, \forall x \geq -2$	0,25
	Do đó bất phương trình $\Leftrightarrow 2(\sqrt{x+2} - 2) \geq \sqrt{6(x^2 + 2x + 4)} - 2(x+2)$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{x+2} + 2x \geq \sqrt{12(x+2) + 6x^2}$ (1)	0,25
	Nhận xét $x = -2$ không là nghiệm của bất phương trình Khi $x > -2$ chia hai vế bất phương trình (1) cho $\sqrt{x+2} > 0$ ta được $2 + 2 \cdot \frac{x}{\sqrt{x+2}} \geq \sqrt{12 + 6 \cdot \left(\frac{x}{\sqrt{x+2}}\right)^2}$ (2). Đặt $t = \frac{x}{\sqrt{x+2}}$ thì bất phương trình (2) được $2 + 2t \geq \sqrt{12 + 6t^2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + 2t \geq 0 \\ 4 + 8t + 4t^2 \geq 12 + 6t^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq -1 \\ 2(t-2)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = 2$	0,25

	$t = 2 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x+2}} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 - 4x - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 + 2\sqrt{3}$. Bất phương trình có nghiệm duy nhất $x = 2 + 2\sqrt{3}$. (Chú ý bài này có nhiều cách giải khác như dùng véc tơ, dùng bất đẳng thức, dùng phép biến đổi tương đương)	0,25
	Câu 10. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn điều kiện $x + y = 2016$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức	1,0
	$P = \sqrt{5x^2 + xy + 3y^2} + \sqrt{3x^2 + xy + 5y^2} + \sqrt{x^2 + xy + 2y^2} + \sqrt{2x^2 + xy + y^2}$	
10. (1,0đ)	$P = A + B$. Trong đó $A = \sqrt{5x^2 + xy + 3y^2} + \sqrt{3x^2 + xy + 5y^2}$ và $B = \sqrt{x^2 + xy + 2y^2} + \sqrt{2x^2 + xy + y^2}$	0,25
	$6A = \sqrt{180x^2 + 36xy + 108y^2} + \sqrt{108x^2 + 36xy + 180y^2}$ $= \sqrt{(11x+7y)^2 + 59(x-y)^2} + \sqrt{(11y+7x)^2 + 59(y-x)^2}$ $\geq (11x+7y) + (11y+7x) = 18(x+y)$ $\Rightarrow A \geq 3(x+y) = 3 \cdot 2016 = 6048$ (*) dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = y = 1008$	0,25
	$4B = \sqrt{16x^2 + 16xy + 32y^2} + \sqrt{32x^2 + 16xy + 16y^2}$ $= \sqrt{(3x+5y)^2 + 7(x-y)^2} + \sqrt{(3y+5x)^2 + 7(y-x)^2}$ $\geq (3x+5y) + (3y+5x) = 8(x+y)$ $\Rightarrow B \geq 2(x+y) = 2 \cdot 2016 = 4032$ (**) dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = y = 1008$	0,25
	Từ (*) và (**) ta được $P = A + B \geq 6048 + 4032 = 10080$, dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = y = 1008$. Vậy $P_{\min} = 10080 \Leftrightarrow x = y = 1008$	0,25

Lưu ý khi chấm bài:

- Đáp án chỉ trình bày một cách giải bao gồm các ý bắt buộc phải có trong bài làm của học sinh. Khi chấm nếu học sinh bỏ qua bước nào thì không cho điểm bước đó.
- Nếu học sinh giải cách khác, giám khảo căn cứ các ý trong đáp án để cho điểm.
- Trong bài làm, nếu ở một bước nào đó bị sai thì các phần sau có sử dụng kết quả sai đó không được điểm.
- Học sinh được sử dụng kết quả phần trước để làm phần sau.
- Trong lời giải câu 7 nếu học sinh không vẽ hình thì không cho điểm.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.